

在中微子混合中的 CP 不变性

肖鸿飞

沈阳大学基础部, 沈阳 110044

摘要 讨论了中微子混合中 CP 不变性的含义, 定量地研究了真空中中微子振荡的性质. 在周光召和关岳良提出的 $SO(10) \times \Delta(48) \times U(1)$ 超对称模型中, 计算了短基线实验和长基线实验中中微子振荡几率和 CP 破坏效果.

关键词 质量项, 味混合 混合矩阵 CP 不变性

在标准模型中, 中微子有 3 代

$$\begin{bmatrix} u & \nu_e \\ d & e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c & \nu_\mu \\ s & \mu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t & \nu_\tau \\ b & \tau \end{bmatrix}, \quad (1)$$

每一代的第一列为夸克, 第二列为轻子, 第二列的上半部分为中微子. 对应于 3 种带电轻子 e, μ, τ , 有 3 种类型的中微子 ν_e, ν_μ, ν_τ , 通常称之为 3 种味. 中微子和带电轻子构成 $SU(2)$ 二重态

$$\psi_{lL} = \begin{bmatrix} U_{lL} \\ l_L \end{bmatrix}, l = e, \mu, \tau, \quad (2)$$

中微子是在弱相互作用中产生的, 为此引入左手场

和右手场

$$\nu_L = \begin{bmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{bmatrix}, \quad \nu_R = \begin{bmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

这里, 左手场 ν_L 参与标准弱电理论的相互作用, ν_R 不出现在标准弱电理论的相互作用中, 但可以出现在质量项中. 中微子可能是 Dirac 粒子、Majoranna 粒子或者是 Dirac - Majoranna 粒子, 根据中微子质量项的不同类型可以划分中微子混合机制.

如果中微子是 Dirac 粒子, 且只有 3 种味, 混合矩阵通常具有如下的参数化形式:^[1]

$$U = e^{i\theta_{23}\lambda_7} \Gamma e^{i\theta_{13}\lambda_5} e^{i\theta_{12}\lambda_2} = \begin{bmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13}e^{i\delta} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13}e^{i\delta} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中, $c_{ij} \equiv \cos \vartheta_{ij}$, $s_{ij} \equiv \sin \vartheta_{ij}$ 是第 i 和第 j 个分量混合角的余弦和正弦, δ 是相角.

1 中微子实验与中微子问题

目前, 大量的实验资料都提供了中微子振荡存在的证据. 中微子振荡既是大量实验研究的主体, 也是一种解释太阳中微子亏损的原因. 许多资料都为中微子混合模式提供了线索. 有关大气中微子的

研究资料表明: 味中微子 ν_μ 振荡成 ν_τ 是以大角混合为基础的, 而太阳中微子振荡则既可能是大角的混合, 也可能是小角的混合^[2~5]. 目前已经有 3 类实验表明中微子有非零的质量差和混合. (1) 太阳中微子的观测; (2) 大气中微子 ν_e/ν_μ 比率的反常; (3) 在 Liquid Scintillation Neutrino Detector (LSND) 实验中存在可能的 $\bar{\nu}_\mu - \bar{\nu}_e$ 跃迁. 这些效应通常都可以被认为是由中微子振荡引起的. 而最近从 Super

2003-03-07 收稿, 2003-05-19 收修改稿

E-mail: XHF sydx@yahoo.com.cn

Kamiokande 得到实验数据更进一步提供了大气 μ 中微子振荡成 τ 中微子或其他类型的中微子的证据^[6,7].

大量的实验都表明中微子振荡的存在,这也说明中微子是有质量的,并且中微子混合是存在的.

2 中微子混合与 CP 不变性

在 CP 变换下, Dirac 场算符 Ψ 按如下方式变换

$$U_{CP}\Psi(x)U_{CP}^+ = r_4 c \bar{\Psi}^T(x), \quad (5)$$

式中 U_{CP} 是 CP 共轭算符, C 是电荷共轭矩阵, 其定义为

$$c r_a^T c^+ = -r_a, c^+ c = 1, c^T = -c. \quad (6)$$

Fermi 子左手场和右手场的变换为

$$U_{CP}\Psi_{L,R}(x)U_{CP}^{-1} = r_4 c \bar{\Psi}_{L,R}^T(x^1), \\ U_{CP}\bar{\Psi}_{L,R}(x)U_{CP}^{-1} = -\bar{\Psi}_{L,R}^T(x^1)c^{-1}\gamma_4. \quad (7)$$

如果在 CP 变换下, Glashow-Weinberg-Salam 弱电作用标准模型相互作用拉氏量密度是不变的, 则中微子混合矩阵 U_{ak} 一定是实正交矩阵, 即 $U_{ak} = U_{ak}^* = O_{ak}$, $O^T O = 1$. (8)

如果 CP 不变性成立, 由 Dirac 质量项^[8]

$$L(x) = -\sum_{l,l'} \bar{U}_{l'R}(x) M_{l'l} U_{lL}(x) + h.c. \quad (9)$$

定义的 Dirac 质量矩阵 M 是实的, $M^* = M$. (10)

一个 $n \times n$ 么正混合矩阵, 由 n^2 个实参数来描写, 其中有 $n(n-1)/2$ 个 Enler 角和 $n(n+1)/2$ 个相角. 这些相角并不都是可观测量, 其中有 $(2n-1)$ 个可以由重新定义场量而吸收掉, 独立的相角数目只有

$$n_\phi = \frac{n(n+1)}{2} - (2n-1) = \frac{(n-1)(n-2)}{2},$$

对于 2 种味情况 $n=2$, $n_\phi=0$, 混合矩阵只由一个实参数来描写, 因而是实矩阵, 通常写为

$$U = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

的形式. 因此, 2 味中微子振荡中 CP 不变性成立. 没有 CP 破坏, 对于 3 味中微子情况, Enler 角数 $3 \times (3-1)/2 = 3$ 个, 相角数为 1. 混合矩阵通常参数化为(4)式的形式, 混合矩阵不是实的, 有可能存在 CP 破坏^[9].

如果 CP 不变性成立, 则中微子振荡几率^[10]

$$P\nu_{l'}, \nu_l(t) = P\bar{\nu}_{l'}, \bar{\nu}_l(t), \quad (12)$$

由 CPT 不变性, 有 $P\nu_{l'}, \nu_l(t) = P\bar{\nu}_l, \bar{\nu}_{l'}(t)$ (13)

由于 CPT 定理保证了在一般条件下 CPT 不变性总是成立的, 因此, 如果 CP 不变性成立, 由 (12), (13)式可知

$$P\bar{\nu}_{l'}, \bar{\nu}_l(t) = P\bar{\nu}_l, \bar{\nu}_{l'}(t), \\ P\nu_{l'}, \nu_l(t) = P\nu_l, \nu_{l'}(t). \quad (14)$$

3 中微子振荡中的 CP 破坏

如上所述, 如果我们考虑 3 种中微子味参与混合和振荡, 由于混合矩阵不是实对称的, 因而 CP 不变性将被破坏, CP 破坏效应应用 CP 共轭道中微子振荡几率的差来描写

$$\Delta P = P\bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_e - P\nu_\mu, \nu_e \\ = P\nu_\mu, \nu_\tau - P\bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_e \\ = P\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\tau - P\nu_e, \nu_\tau \\ = 4J_{CP}D, \quad (15)$$

其中 $J_{CP} \equiv I_m(U_{\beta_1} U_{\beta_2} U_{\alpha_1} U_{\alpha_2})$, (16)

$$D \equiv \sin\Delta m_{21}^2 + \sin\Delta m_{31}^2 \sin\Delta m_{13}^2 \sin\delta, \quad (17) \\ \Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2.$$

由此可见, CP 破坏效应取决于混合角与质量平方差. 在 3 味中微子振荡理论中, 有两种质量结构与现有的太阳中微子实验和大气中微子实验一致.

$$(i) \quad \Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{21}^2 \gg \Delta m_{32}^2, \quad (18)$$

$$(ii) \quad \Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{32}^2 \gg \Delta m_{21}^2, \quad (19)$$

前一种情形, $m_3 \approx m_2 \gg m_1$, 后一种情况是 $m_3 \gg m_2 \approx m_1$ 或 $m_3 \gg m_2 \gg m_1$. 我们下面讨论在周光召和吴岳良提出的 $SO(10) \times \Delta(48) \times U(1)$ 的超对称模型^[11]中的中微子振荡与 CP 破坏问题. 该模型给出中微子质量的平方差和混合角分别为

$$\begin{aligned}\Delta m_{21}^2 &\approx 5.995 \text{ eV}^2, \Delta m_{32}^2 \approx 0.015 \text{ eV}^2, \\ \Delta m_{31}^2 &\approx 6.010 \text{ eV}^2, \\ \sin^2 2\theta_{21} &\approx 1.8 \times 10^{-2}, \sin^2 2\theta_{31} \approx 0.987, \\ \sin^2 2\theta_{23} &\approx 1.0 \times 10^{-2},\end{aligned}\quad (20)$$

如果再加上一个不参加弱作用的所谓 sterile 中微子, 单独考虑两两成对的跃迁. 该模型可以成功地解释太阳中微子实验, 大气中微子实验和 LSND 实验. 同时考虑 3 个中微子的振荡, 情形就有所不同. 所考虑的模型质量结构属于 (i) 的情况, $\Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{21}^2 \approx \Delta m_{32}^2$. 对于短基线实验, 振荡几率公式简化为

$$P_{\nu_\mu, \nu_e} = 4U_{e\ell}^2 U_{\mu\ell}^2 \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}, \quad (22)$$

和

$$P_{\nu_\mu, \nu_\tau} = 4U_{\tau\ell}^2 U_{\mu\ell}^2 \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}. \quad (23)$$

将文献[11]的混合矩阵元代入上式, 得到跃迁几率的上限

$$P_{\nu_\mu, \nu_e} < 2.1 \times 10^{-2}, \quad (24)$$

$$P_{\nu_\mu, \nu_\tau} < 6.5 \times 10^{-7}, \quad (25)$$

这与加速器中微子实验是一致的. 由 CPT 不变性, 有

$$P_{\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu} < 2.1 \times 10^{-2}, \quad (26)$$

这与反应堆中微子振荡实验^[12]一致, 对于长基线实验, 跃迁几率可简化为:

$$\begin{aligned}P_{\nu_\mu, \nu_e} &< 2.1 \times 10^{-2}, \\ P_{\nu_\mu, \nu_\tau} &\approx 0.58 \sin^2 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E}.\end{aligned}\quad (27)$$

由 CPT 不变性, 有

$$P_{\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu} < 2.1 \times 10^{-2} \quad (28)$$

这与 CHOOZ 实验的结果是一致的.

4 结论

已经证明^[13], 在短基线实验中, 对于质量结构

$\Delta m_{32}^2 \ll \Delta m_{31}^2$ 的情形,

$$\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \approx -\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E}, \quad (29)$$

而 $\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E} \ll 1$, 因而 CP 破坏效应是难以观察到的. 在长基线实验中, 即使对最大 CP 破坏相的情形 $\sin \delta = 1$, 对于所考虑的模型, 由于 $J_{\text{CP}} \leq 1.28 \times 10^{-3}$, 则 CP 破坏效应也只有

$$\Delta p \leq 1.5 \times 10^{-2}, \quad (30)$$

也是难于观察的.

参 考 文 献

- 1 Kuo T K, et al. Neutrino oscillations in matter. Rev Mod Phys 1989, 61: 937
- 2 Dais Jr R. A review of measurements of solar neutrino flux and their variation. Nucl Phys B(Proc Suppl), 1996, 48: 284
- 3 Hirata K S, et al. Observation of ^8B solar neutrino in the Kamiokande-II detector. Phys Rev Lett, 1989, 63: 16
- 4 Anselmann P, et al. GALLEX results from the first 30 solar neutrino runs. Phys Lett, 1994, B327: 377
- 5 Ahmad Q R, et al. Measurement of day and night neutrino energy spectra at SNO and constraints on neutrino mixing parameters. Phys Rev Lett, 2002, 89: 011302-1
- 6 Fukuda, S et al. Tau neutrino favored over sterile neutrinos in atmospheric muon neutrino oscillations. Phys Rev Lett, 2000, 85: 3999
- 7 Smy M B. Five years of neutrino physics with super-Kamiokande. Proceedings of 37th Rencontres de Moriond on Electroweak Interaction and Unified Theories, Les Arcs, France, 9-16 Mar 2002, hep-ex/0206016
- 8 Schechter J, et al. Neutrino masses in $\text{SU}(2)_X \text{U}(1)$ theories. Phys Rev, 1980, D22: 2227
- 9 Jarlskog C. Commutator of the quark mass matrices in the standard electroweak model and a measure of maximal CP nonconservation. Phys Rev Lett, 1985, 55: 1039
- 10 Bilendy S M, et al. Massive neutrino and neutrino oscillations. Rev Mod Phys, 1987, 59: 671
- 11 吴岳良, 等. 超对称群为 $\text{SUSY SO}(10) \times \Delta(48) \times \text{U}(1)$ 的模型及低能现象. 中国科学, 1996, (A)26: 44
- 12 Eguchi K et al. First results from Kamland: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance. Phys Rev Lett, 2003, 90: 021802
- 13 Ma F C, et al. Neutrino oscillation and CP violation in low energy phenomenology an SUSY model. Commun Theor Phys, 2000, 33: 691